L'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA NEI CORSI DI INGEGNERIA, PRE E POST COVID-19

Vittoria Bonanzinga
Università Mediterranea di Reggio Calabria
vittoria.bonanzinga@unirc.it

L'Università Mediterranea ha realizzato, nell'ambito del progetto "Innovazione Area dello Stretto", la piattaforma di e-learning per la gestione dei corsi di studio, utilizzando Moodle come Learning Management System.
Dall'inizio del 2011, tale piattaforma è a disposizione dei docenti della Mediterranea che desiderano sperimentare e introdurre nella propria metodologia didattica la modalità e-learning.

Stato dell'arte

- **Difficoltà** dell'**apprendimento** della **matematica** ad ogni livello primario, secondario, terziario
- Limitare il fenomeno dell'abbandono a livello universitario
- Graham 2018, MIT, progetto sulla formazione ingegneristica
- Corsi di transizione
- Sviluppo della tecnologia e delle risorse digitali
- Simulazioni virtuali
- Percorsi individualizzati
- Contestualizzazione di problemi legati alla vita reale

Progetto europeo Rules-Math

- Spagna
- Irlanda
- Romania
- Portogallo
- Slovacchia
- Romania
- Repubblica Ceca
- Turchia

- Esperienza legata all’apprendimento della matematica, in particolare della geometria, basata sulla risoluzione di problemi inseriti in contesti della vita reale.
- Lavoro di gruppo

Esempio 1

Un'azienda ha due magazzini con arance, bergamotti e peperoncini, nel primo magazzino c'è una tonnellata di arance, due di bergamotti ed una tonnellata e mezzo di peperoncini, mentre nel secondo magazzino ci sono tre tonnellate di bergamotti e una tonnellata di peperoncini. Il prezzo delle arance è di 1.000 euro per una tonnellata. Il prezzo dei bergamotti è di 2.000 euro alla tonnellata. Il prezzo dei peperoncini è di 5.000 euro alla tonnellata.

Descriviamo la situazione con la seguente Tab. 1, con le quantità espresse in tonnellate:

	Arance	Bergamotti	Peperoncini
Magazzino 1	1	2	1,5
Magazzino 2	0	3	1

Tabella 1 – Merce contenuta nei magazzini

Qual è il valore in euro di ciascun magazzino?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1{,}5 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 5000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 + 4000 + 7500 \\ 6000 + 5000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12500 \\ 11000 \end{pmatrix}$$

Per cui il primo magazzino ha un valore di 12500 euro, il secondo ha un valore di 11000 euro.

Esempio 2

Figura 1 - Abbigliamento e accessori di moda

- Un imprenditore di moda investe una somma di denaro per produrre accessori (ramo A) prevedendo che frutterà il doppio. Il denaro investito per produrre abbigliamento (ramo B) renderà il triplo ed invece il denaro destinato alla pubblicità (ramo C) si dimezzerà.
- Vogliamo sapere come sarà la situazione tra un anno se inizialmente si investono 10.000 euro.
- Siano *x*,*y*,*z* le somme di denaro investite nei tre rami di attività:

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \xrightarrow{dopo\ \ un\ \ anno} \begin{pmatrix} 2x \\ 3y \\ \frac{z}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+x \\ y+2y \\ \frac{z}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{ridistribuzione} \begin{pmatrix} x+\frac{x}{3}+\frac{2}{3}y \\ y+\frac{x}{3}+\frac{2}{3}y \\ \frac{z}{2}+\frac{x}{3}+\frac{2}{3}y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3}x+\frac{2}{3}y \\ \frac{x}{3}+\frac{5}{3}y \\ \frac{x}{3}+\frac{2}{3}y+\frac{z}{2} \end{pmatrix}$$

Quindi la trasformazione dell'investimento dopo un anno è data dall'applicazione lineare:

$$f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3, con\ f(x,y,z) = \left(\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y, \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}y, \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{z}{2}\right).$$

Sia $M = M_{CC}(f) = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Sia X il vettore della distribuzione iniziale, vorremmo che la distribuzione iniziale dopo un anno sia del tipo λX, così cerchiamo gli autovalori e gli autovettori di *M*. Il polinomio caratteristico è $det \begin{pmatrix} \frac{4}{3} - \lambda & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{5}{3} - \lambda & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} - \lambda \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{2} - \lambda\right)(\lambda^2 - 3\lambda + 2).$

L'autospazio relativo a $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ è $V_{\lambda_1} = \{(0,0,t) : t \in \mathbb{R}\}$.

L'autospazio relativo a $\lambda_2 = 1$ è $V_{\lambda_2} = \left\{\left(x, -\frac{1}{2}x, 0\right) : x \in \mathbb{R}\right\}$.

L'autospazio relativo a $\lambda_3 = 2$ è $V_{\lambda_3} = \left\{\left(y, y, \frac{2}{3}y\right) : y \in \mathbb{R}\right\}$.

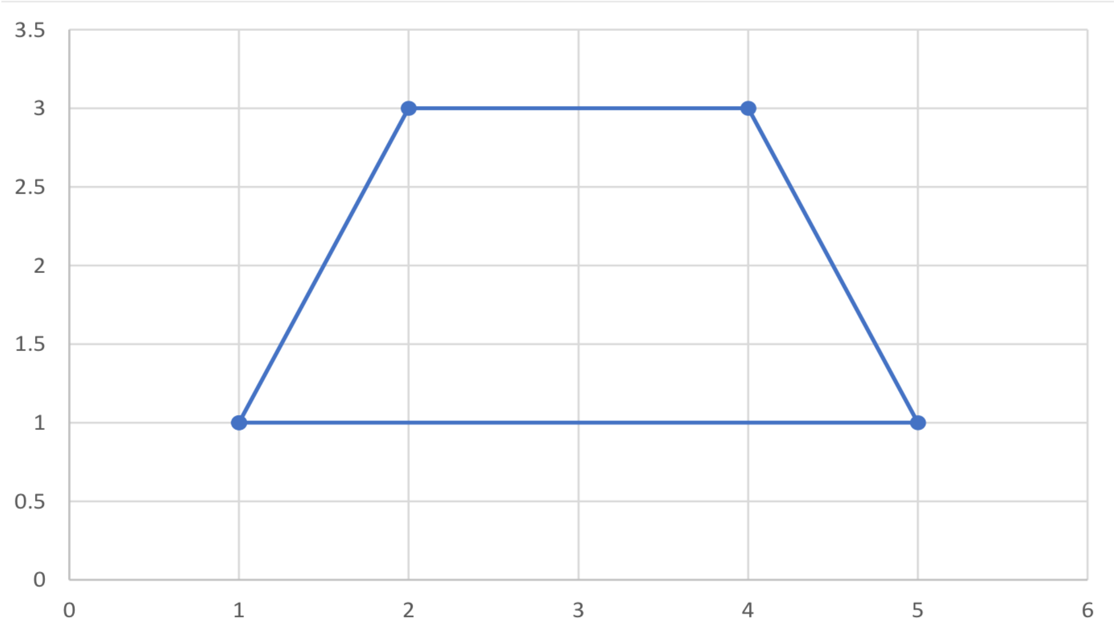
Se investiamo 10.000 euro, allora $x + x + \frac{2}{3}x = 10.000$ euro, da cui si ricava x=3.750 euro e $\frac{2}{3}x =$ 2.500 euro.

Esempio 3

Nell'ambito della computer grafica si utilizzano frequentemente le seguenti trasformazioni 2D: traslazioni, rotazioni, ridimensionamento (*scaling*) e riflessioni. Dato il quadrilatero ABCD ottenuto congiungendo i punti A(1;1), B(2;3), C(4;3) e D(5;1) descrivere la trasformazione della figura ABCD considerando la traslazione della figura data con un vettore di componenti (3,2), e la rotazione della figura data di un angolo $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Descrivere tali trasformazioni e rappresentare le figure sopra descritte.

Rappresentiamo il quadrilatero ABCD su un piano xy:



[1] Figura 1 - Quadrilatero ABCD

Le componenti vettoriali di questo quadrilatero sono quindi v_1=(1,1), v_2=(2,3), v_3=(4,3) e v_4=(5,1).

Una traslazione è un'isometria, ossia una trasformazione geometrica che lascia invariate le distanze spostando tutti i punti di una distanza fissata nella medesima direzione. La traslazione T_V è l'applicazione $T_V : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ e quindi:

$$\mathrm{T_v}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + p \\ y + q \end{pmatrix}.$$

dove p e q sono le componenti del vettore traslazione. Se p=3 e q=2 allora applicando la traslazione ai vettori v_1=(1,1), v_2=(2,3), v_3=(4,3) e v_4=(5,1) si ottengono rispettivamente i vettori di componenti: (4,3), (5,5), (7,5) e (8,3) illustrati in Figura 1 - Quadrilatero ABCD e sua traslazione

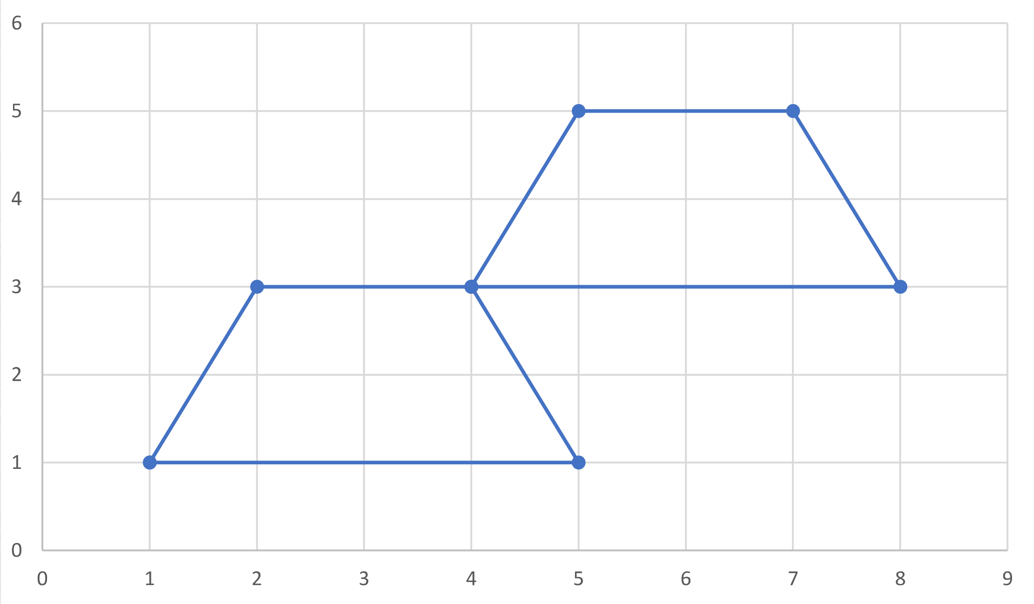


Figura 1 - Quadrilatero ABCD e sua traslazione

La rotazione nel piano è un'applicazione di $\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ descritta dalla seguente funzione:

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix} \boldsymbol{cos\theta} & \boldsymbol{-sin\theta} \\ \boldsymbol{sin\theta} & \boldsymbol{cos\theta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \end{pmatrix}$$

Se $\theta = \frac{\pi}{2}$, allora applicando la rotazione ai vettori v_1=(1,1), v_2=(2,3), v_3=(4,3) e v_4=(5,1) si ottengono rispettivamente i vettori di componenti: (-1,1), (-3,2), (-3,4) e (-1,5) descritti nella figura seguente

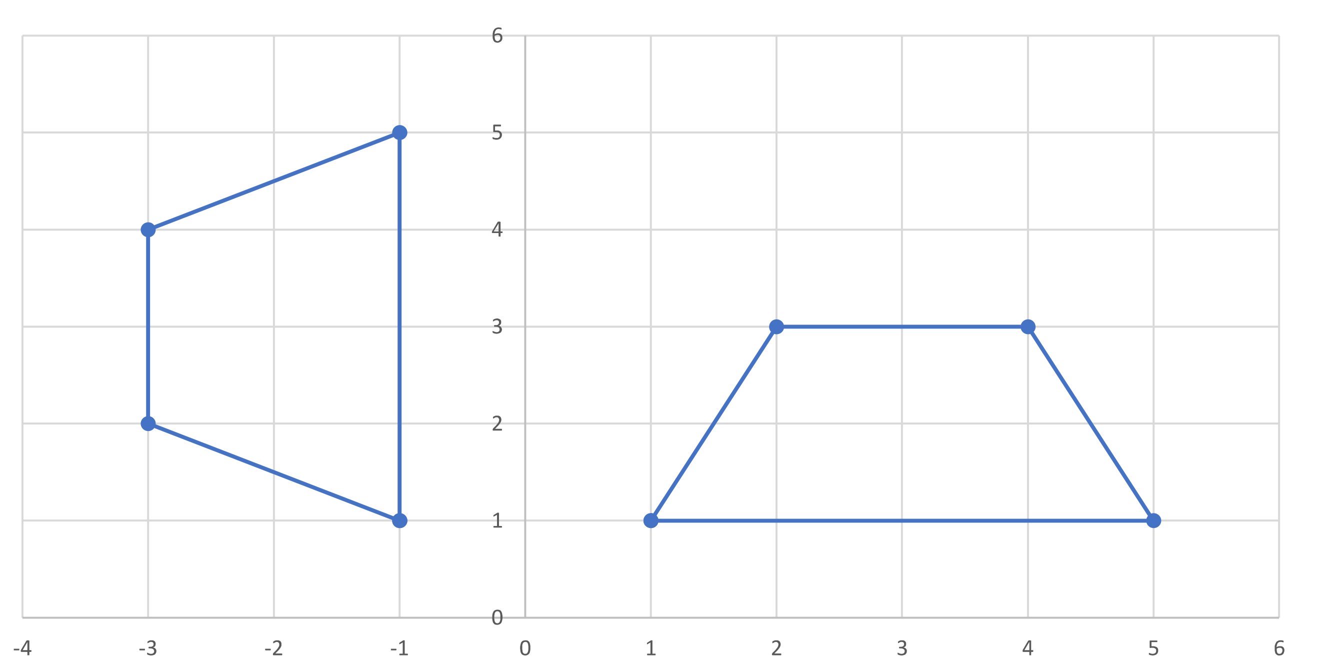


Figura 1 - Quadrilatero ABCD e sua rotazione

Figure coinvolte

Docente: Vittoria Bonanzinga

Amministratore: dott.ssa Edwige Miceli

Tecnici di laboratorio: dott. Giandomenico Posillipo, dott. Carmen Cassone, sig. Daniele Legato

Studenti del corso di laurea in Ingegneria dell’Informazione a.a. 2019/2020, 2020/2021: Destinatari N.215

Partecipanti ATTIVI: 168

A.A. 2019/2020 N: 87

A.A. 2020/2021 N: 81

Progetto educativo

- I fase

Modello didattico

- II fase

Parte attuativa

- III fase

Analisi delle due fasi precedenti

I fase

Modello didattico, sono stati formulati gli obiettivi secondo il modello S.M.A.R.T. (Doran, 1981)

- **S**pecifici
- **M**isurabili
- r**A**ggiugibili
- **R**ilevanti
- **T**emporalmente limitati

Definizione dei risultati dell'apprendimento secondo la tassonomia di Bloom rivista nel 2001

- Conoscenza: capacità di memorizzare informazioni;
- Comprensione: essere in grado di tradurre e interpretare le informazioni memorizzate;
- Applicazione: saper estendere i concetti acquisiti a situazioni inconsuete;
- Analisi: capacità di distinguere elementi dell'informazione e separare qualitativamente i dati;
- Sintesi: organizzare efficacemente i contenuti acquisiti
- Valutazione: esaminare criticamente una situazione

II Fase

verifiche in itinere, quiz secondo il modello di valutazione formativa automatica su:

- Prerequisiti e strutture algebriche (26/2/2020) Studenti (71)+6
- Lineare indipendenza e basi (12/3/2020) Studenti (64)
- Matrici, rango, matrici simmetriche, antisimmetriche, diagonali, triangolari, prodotto tra matrici (18/3/2020) Studenti (55) +17
- Autovalori e autovettori (29/04/2020) Studenti (66) +5
- Geometria analitica del piano e della spazio. (28/5/2020) Studenti (59)+4

Progetti di gruppo – Problemi contestualizzati

4 step

I Step: Creazione di gruppi formati da 5 studenti (4 frequentanti)

II Step: Formalizzazione del problema proposto contestualizzato e risoluzione dello stesso

III Step: Invio del progetto per la valutazione tra pari

IV Step: Valutazione del progetto di un altro gruppo

Gruppi - 80 studenti

13 Gruppi con 5 studenti*:*

Matri(x), 30 e lode, 5π, Team Nova, The Eagles, aMATRICIani, Omega, Gruppo abeliano della sigma algebra, Geometry Team, Hakuna Matata, Santa Pace, #ifacimupezza

3 Gruppi con 4 studenti: *FAFS* dall'inglese finanziamenti per l'acquisto di automobili per concessionarie o semplicemente con le iniziali dei nomi dei partecipanti al progetto, *Poker d'assi, Gli ultimi saranno i primi*

Un gruppo denominato *5ª SIA* con 3 studenti

1. Ambito di applicazione: **nutrizione e crescita muscolare**.

Un gruppo di esperti dell'alimentazione conduce uno studio sulla crescita muscolare di un campione di atleti di giovane età. A tal fine decide di combinare una serie di alimenti dalle note proprietà antiossidanti (noci, mandorle, anacardi) per valutarne l'efficacia nel promuovere la risposta ipertrofica. Vengono create tre miscele: A, B e C. Il team si avvale di matrici, e del prodotto fra matrici, per ottenere informazioni quantitative sui valori nutrizionali di ciascuna mistura.

2. Ambito: Olimpiadi di Rio 2016

Hanno determinato il guadagno complessivo dei campioni olimpici di Rio 2016

- atleti statunitensi

- atleti inglesi

- atleti cinesi

in base al numero di medaglie conseguite ed alle ricompense per ogni medaglia d'oro, d'argento e di bronzo

Dal tabellone delle medaglie vinte nelle Olimpiadi di Rio 2016, i tre Stati partecipanti che hanno ottenuto il maggior numero di medaglie sono:

- USA con 46 medaglie d'oro, 37 d'argento e 38 di bronzo;
- Regno Unito con 27 d'oro, 23 d'argento e 17 di bronzo;
- Cina con 26 medaglie d'oro, 18 medaglie d'argento e 26 medaglie di bronzo.

Le federazioni sportive ricompensano i propri atleti con:

- 150.000€ ogni medaglia d'oro conseguita;
- 75.000€ ogni medaglia d'argento conseguita;
- 50.000€ ogni medaglia di bronzo conseguita.

Quanto hanno guadagnato gli atleti?

L'opera di Edoardo Tresoldi vicina al lungomare di Reggio Calabria. Nel 2018 l'artista ha vinto la medaglia d'oro per l'architettura.

Grazie per l'attenzione!

Vittoria Bonanzinga
vittoria.bonanzinga@unirc.it